企業努力なき景気対策では財政破綻
－90年代日本の経験の確率論的分析－

小 島 祥 一

目　次

はじめに
１．90年代日本の景気対策の経験
２．「マイナス成長を避ける」財政政策の定式化
３．基本ケース：民需の水準の変動を公需により、リアルタイムでちょうど相殺する政策
４．GDPの水準の変動を公需により、１期遅れて相殺する政策
⑴　一定割合相殺するケース
⑵　一定額相殺するケース…離散時間の場合
⑶　一定額相殺するケース…連続時間の場合
５．民需の伸びの変動を相殺する政策
⑴　離散時間の場合
⑵　連続時間の場合
６．財政政策をオプション理論で解釈すると
おわりに
参考文献
付録（図表）

はじめに

1990年代、日本はケインジアン理論に基づく拡張的財政政策の壮大な実験を行った。計10回、総額133.5兆円規模の景気対策が実行されたが、経済は長期低迷を続けた。その結果、公債残高の対名目GDP比は、30%から105%にまで急上昇し、財政は破綻に瀕している。経済が新たな成長に入ったのは、景気対策の効果ではなく、企業のリストラが進行していたところにアメリカ、中国の高成長の刺激が注入され、投資、ついで消費が拡大したためだった。

ケインジアン理論では、不況から好況に至るサインカーブのような景気の波を頭に描きつつ、財政収支は、このような１循環で均衡するものと前提していた。そこには、財政支出を拡大している間に民間部門の活動が回復する、という暗黙の前提がある。だが、いつ民間部門が自力回復するのか、は特に理論はない。ケインジアンの財政政策は、いわば、民間部門の回復という確率的事象に賭けをしているようなものだ。

ところが、景気循環はサインカーブのような好不況半々の規則的動きではなく、民間部門の回復という不確かな事象に依存する確率的な動きによるものだ、と考えたとたんに、確率論のイロハの命題にぶつかる。「ギャンブラーの破滅」と名付けられ、勝ち負けの確率が半々の公正な賭けにおいても、ギャンブラーは確率１で身上を食い潰し破綻する、というものだ。財政は身上を食い潰しても、いくらでも借金が出来るから、どこまでも賭けを続けられるようだが、そうすれば国債残高はどこまでも増え続け、結局財政は破綻に瀕することになる。

「ギャンブラーの破滅」の命題では、勝つ確率が負ける確率よりも高ければ、当然ながら、破綻しない確率がプラスになる。これと同様に、民間部門が自力回復する確率が、回復しない確率よりも高ければ、国債残高は際限なく増加せず、ある限度内におさまる確率がプラスになる。

このように、民間部門の企業努力がなく、自力回復する確率が低いと、景気対策を繰り返して財政破綻につながることが、確率論からはすんなり出てくるのだ。

本論文では、1990年代の日本の財政政策が、「マイナス成長を避ける」という大義名分で行われ、「景気が良くなれば財政再建」と言いながら、10年間ずるずると漫然と続けられた過程を、さまざまな確率論の理論をあてはめて解釈し、どんな理論によっても、企業の自力回復努力がなければ、財政は破綻に瀕することを明らかにする。

当てはめる確率論の理論は、「ギャンブラーの破滅」命題を導く単純ランダムウォークの理論をベースとして、定常確率過程の線形変換の理論、離散時間・連続時間マルコフ連鎖の理論、幾何ランダムウォーク、幾何ブラウン運動過程の理論と多岐にわたる。以下では、第１節で、90年代の日本の景気対策の経験をまとめ、第２節で「マイナス成長を避ける」財政政策をさまざまな形で定式化し、第３節から第５節でそれぞれの定式化に対して確率論の広範な理論を適用して分析する。第６節では、ケインジアンの財政政策をオプション理論から解釈し、その特徴と限界を明らかにする。

１．90年代日本の景気対策の経験

1990年代の日本では、バブル崩壊不況からの立ち直りのため、ケインジアン理論のとおり、拡張的な財政政策がとられた。それまでの経験から、２、３回景気対策を打てば景気は回復するだろう、という気持ちで景気対策は始められた。だがいくら打っても景気は回復せず、宮沢元首相・元蔵相の回顧では、「ヘドロに杭を打ち込むよう」であり、何の効果もなかった。それでも、前よりも大規模な対策を打てば効果が上がる、として、景気対策はどんどん大規模化していった（付表１）。

主な対策の規模をみると、宮沢内閣では、92年８月に10.7兆円、93年４月に13.2兆円、細川内閣では94年２月に15.2兆円、村山内閣では95年９月に14.2兆円（うち公共事業は12.8兆円で過去最大）、橋本内閣では98年４月に16.7兆円、小渕内閣では98年11月に23.9兆円と、どんどん大規模化したことがはっきり出ている。

結局計10回、合計規模133.5兆円の景気対策が打たれ、公債残高（普通国債の残高）は、1990年の160兆円、GDP比39%から、2000年には367兆円、2006年には542兆円、GDP比105%にまで巨大化した（付図１）。

政府の拡張的財政政策に平行して、日銀も金融緩和政策を続けた（付表２）。公定歩合は、1991年７月から1995年９月までに計８回引き下げられ、６％から0.5%となり、1999年２月からはコールレートをゼロ金利にした。金利に引き下げの余地がなくなると、2001年からは、銀行が日銀に持つ当座預金の残高目標を大幅に引き上げる、量的緩和政策が続けられた。

しかし、1990年代の日本経済は、95～96年と2000年に回復をみせたものの長続きせず、基本的に長期低迷を続けた。景気が回復したら財政再建、ということで、1996～97年には景気対策がとられず、財政構造改革法による緊縮的財政政策がとられたが、97年には、消費税率引き上げ、大型金融破綻が重なり、橋龍不況に落ち込んだ。政府の最終支出と税収の動きを四半期でみると（付図２）、差額の赤字は各四半期５兆円から10兆円に拡大し、一時的な景気回復によってもほぼ横ばいで、縮小することはなかった。

景気の回復には、民間企業が自力で回復し、

利益を上げなければならない。景気をよく表わす日銀短観の業況判断(製造業・大企業)の動きは、売上高経常利益率(製造業・全規模)の動きと平行している(付図３)。民間企業が利益を回復したのは、90年代にリストラの努力を続けた結果が現れたものだ。

財政政策、金融政策は、従来から存在する企業がリストラを行ったり、新規企業が新たに市場に参入したりして、民間企業が利益をあげるようになるまでの下支えの役割に留まる。民間部門に需要側から大きな刺激を注入し、利益をあげさせるようにしたのはアメリカ、中国の高成長であり、財政政策、金融政策ではなかった。財政の役割を過大視し、民間企業の自力回復の努力を過小評価すれば、財政破綻は必至であることを、90年代の日本の経験は物語っている。

２．「マイナス成長を避ける」財政政策の定式化

1990年代の日本では、不況期には「マイナス成長は何としても避けなければならない」という強迫観念が働いていた。国内で失業を出してはならない、世界経済のお荷物になってはならない、という国内的･国際的要請がそうさせた。このため、拡張的財政政策がとられた。その裏には、財政当局にとっても、政治家にとっても、「景気が回復したら財政再建」だ、という、財政赤字の埋め合わせ意識も働いていた。不況時には、拡張的財政政策、好況時には緊縮的財政政策、ということだ。

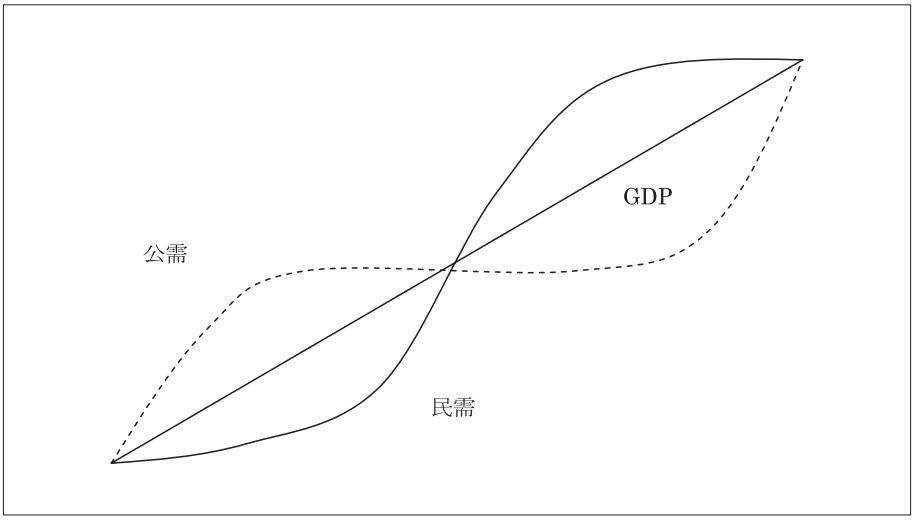
もともとケインジアンは、財政収支は不況、好況の１循環で均衡すべきもの、と主張していた(Blanchard-Fischer、p.585)。90年代の日本は、ケインジアンの理論の忠実な実行者だった、と言える。これは、景気循環を図１のように、きれいなサインカーブのような姿を描くと思えば、もっともらしい。

つまり、GDP が民需(民間需要)と公需(公的需要)の和であると考え、外需(海外需要)は無視すると、

$$GDP = \text{民需} + \text{公需}$$

となる。ケインジアン政策では、民需が減れば

図１　ケインジアンの想定する景気循環の姿



公需を増やし、民需が増えれば公需を減らして、GDPを望ましい潜在成長率に保とうとする。またこの式を

$$GDP = 民需 \times \left(1 + \frac{公需}{民需}\right)$$

と書き直し、

$$1 + \frac{公需}{民需} = 政策意図$$ と読むことにすると、

$$GDP = 民需 \times 政策意図$$

となる。これによれば、ケインジアン政策は、民需が縮めば政策意図を膨らまし、民需が膨らめば政策意図を縮めて、GDPを潜在成長率に保とうとする、と定式化できる。

しかし実際には、民需がこのようなきれいなサインカーブのような姿を描くという保証はない。むしろ民需は、民間企業の自力回復というような不規則な要因に左右されて、確率的な変動をする。そう考えると、公需も、民需の確率的な変動を受けて、やはり確率的な変動をすることになる。そのように動いても、財政収支が１循環でみれば均衡する、と主張するには根拠が必要だ。その根拠が極めて危ういことを、以下ではケースに分けて分析する。

どのケースにおいても、「マイナス成長を避ける」財政政策は、民需が減ったり縮んだりしたときに、公需を増やしたり政策意図を膨らましたりすることとして定式化できる。そして「景気が回復したら財政再建」という政策は、民需が増えたり膨らんだときに、公需を減らしたり政策意図を縮めることと定式化できる。

分析結果を先取りしていえば、民需が減少傾向ないし横ばいのときは、公需は増加傾向、政策意図は膨らむ傾向になる。つまり、財政破綻は必至となる。

これに対して、民需が増加傾向のときは、公需は減少傾向、政策意図は縮む傾向になる。このときは、「プラス成長が続き、財政再建も終われば、財政は何もせず、民間にまかせておけばよい」というハッピーな状況が起こる。これは90年代の日本の経験とは対極に当たるが、理論的に分析していくと、そのような状況をどう考えるか、考えを決める必要がある。本稿では、「マイナス成長を避ける」財政政策の分析をテーマとするので、民間部門のプラス成長が続く場合については、「プラス成長が続き、財政再建が進めば、財政は何もせず、民間にまかせておけばよい。」と述べ、どこまでも増税が続く、という非現実的な状況を避けることを示唆するに留める。

このような考え方のもとで、以下のように場合分けして分析を進める。

(1) *GDP*＝民需＋公需とみる場合

これを

$$GDP の増分 = 民需の増分 + 公需の増分$$

と読み、それぞれを y_t, x_t, u_t であらわすと、

$$y_t = x_t + u_t$$

であり、「マイナス成長を避ける」財政政策は、その裏の「回復したら財政再建」と合わせて、GDPの増分y_tまたは民需の増分x_tがマイナス、ゼロ、プラスならば、公需の増分u_tをプラス、ゼロ、マイナスにするものと、定式化できる。これは時間的タイミングや規模により、さらにいくつかのケースに分かれる。

(i) 公需の増分＝－民需の増分

つまり $u_t = -x_t$ の場合

これは民需の水準の変動を、公需によりリアルタイムでちょうど相殺しようとする政策であ

る。これは、確率論のランダムウォークとして分析できる。

(ii)　公需の増分＝－λ×１期前のGDPの増分

つまり、$u_t=-\lambda y_{t-1}$の場合

これはGDPの変動を１期遅れて、一定割合λ $(0<\lambda<1)$の分だけ相殺しようとする政策である。これは確率論では、定常確率過程の線形変換の理論により分析できる。完全に相殺しようとする政策は、λ=1の場合になる。

(iii)　公需の増分＝
－（１期前のGDPの増分の一定額）
の場合

これは民需、公需の増分が、1か0か－1の値（単位は例えば10兆円）をとるとし、GDPの増分が、2か1か0か－1か－2の値をとるとした場合に起こる。これはGDPの変動を１期遅れて一定額相殺しようとする政策である。

式で書くと、

$$u_t=-\operatorname{sgn}(y_{t-1})$$

となる。ここで、sgnは、符号関数である。

これは確率論では、離散時間あるいは連続時間のマルコフ連鎖として分析できる。

(2)　GDP＝民需×$\left(1+\dfrac{\text{公需}}{\text{民需}}\right)$とみる場合

$1+\dfrac{\text{公需}}{\text{民需}}$＝政策意図と読むと、

GDP＝民需×政策意図であり、GDPの水準をY_t、民需の水準をX_t、政策意図の水準をV_tとすれば、

$$Y_t=X_tV_t$$

である。基準時点t=0のときの値との比率をとり、さらに対数をとると、

$$\log(Y_t/Y_0)=\log(X_t/X_0)+\log(V_t/V_0)$$

「マイナス成長を避ける」財政政策は、GDPの伸びをゼロに保つことだとすると、

$$\log(Y_t/Y_0)=0$$

だから、

$$\log(V_t/V_0)=-\log(X_t/X_0)$$

これを時間のとり方で場合分けする。

(i)　離散時間の場合

民需X_tは幾何ランダムウォークするとする。つまり、$\log(X_t/X_0)$がランダムウォークする。

(ii) 連続時間の場合

民需X_tは幾何ブラウン運動するとする。つまり、$\log(X_t/X_0)$がブラウン運動する。

これらの場合には、オプション価格についてのファイナンス理論で用いられている確率論が使える。ただし、本稿の定式化では、普通の確率分布を考えるのであり、オプション理論のようなリスク中立的な確率分布は使わない。

本稿では、財政政策を分析の対象とするので、ここにおける政策意図も財政政策と考えるが、定式化自体は、政策意図を、民需を膨らませたり縮めたりするものと解釈しているので、金融政策にも適用できる。

３．基本ケース：民需の変動を、公需によりリアルタイムでちょうど相殺する政策

民需の増分をx_tとし、公需の増分をu_tとすると、

$$u_t = -x_t \quad (t=1, 2, ...)$$

ここで$\{x_t\}$ $(t=1, 2, ...)$は独立確率変数列で同一分布、平均$E(x_t) = m$、分散$V(x_t) = E((x_t - m)^2) = \sigma^2$とする。民需の水準$X_t$は、基準時点で$X_0 = 0$とおいて、

$$X_t = \sum_{i=1}^{t} x_i \quad (t=1, 2, ...)$$

である。公需の増分$\{u_t\}$ $(t=1, 2, ...)$も独立確率変数列、同一分布、平均$E(u_t) = -m$、分散$V(x_t) = E((u_t - (-m))^2) = \sigma^2$であり、公需の水準$U_t$は、基準時点で$U_0 = 0$として、

$$U_t = \sum_{i=1}^{t} u_i \quad (t=1, 2, ...)$$

である。

民需が減少傾向にあれば、民需の変動の平均mはマイナスであり、民需が横ばいであればmはゼロであり、民需が増加傾向にあれば、mはプラスである。

公需はこれの裏返しであるから、民需が減少傾向、横ばい、増加傾向ならば、公需は増加傾向、横ばい、減少傾向にある。

（民需が横ばいでも、公需の水準は発散）

財政政策の観点からすれば、民需が減少傾向で、好況よりも不況が長引くとき、公需は増加傾向にあり、いずれ財政は破綻するのではないか、と考えるのが当然である。つまり、$m<0$のときは、U_tはプラスで無限に大きくなるのではないか、と考えられる。

だが、民需が横ばいで、不況、好況の波が均等に起こるならば、財政はバランスする、と暗黙のうちに考えている。つまり、$m=0$のときは、U_tはゼロに近づくのではないか、と考えている訳だ。

ところが、確率論によれば、$m=0$のときでも、U_tはプラス、マイナスでどんなに大きくもなり得る。しかもそれらが、確率１で起こるのだ。

まず、民需の変動の時間平均は、確率１で、分布平均mに収束する。

$$\frac{1}{t} X_t = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} x_i \to m \quad (t \to \infty)$$

よって公需の変動の時間平均は、確率１で、分布平均$-m$に収束する。

$$\frac{1}{t} U_t = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} u_i \to -m \quad (t \to \infty)$$

これは、コルモゴロフの大数の強法則による（伊藤清、p.73）。

よって、民需が減少傾向で$m<0$ならば、確率１で、

民需の水準　$X_t \to -\infty \quad (t \to \infty)$

だから、

公需の水準　$U_t \to +\infty \quad (t \to \infty)$

となり、確率１で、公需は無限に大きくなり、財政はいずれ破綻する。

これと対照的に、民需が増加傾向で、$m>0$ならば、確率１で、民需の水準はプラスでどこまでも大きくなり、公需の水準はマイナスで絶対値はどこまでも大きくなる。

公需の水準がマイナスということは、財政黒字で国債の償還を続け、あるいは民間部門の貸付を行っている姿だ。このような「プラス成長

が続き、財政再建も終わった」場合には、「財政は何もせず、民間にまかせておけばよい。」というハッピーな状況になる。

だが本稿の分析のテーマとして関心があるのは、$m<0$でもなく、$m>0$でもなく、民需が横ばいで$m=0$ならば、民需の水準もゼロ、公需の水準もゼロに近づくのか？ということだ。

ところが、コルモゴロフの3級数収束定理によれば（伊藤清、p.106、Gihman-Skorohod、p.166）、

$X_t=\sum_{i=1}^{t} x_i$ が$t\to\infty$で有限値に収束するためには、任意の正数$c>0$について、$|x_t|\geq c$のときにx_tは値0をとると変換した新たな確率変数列の分散の和が有限値に収束することが必要である。だがもともとx_tは同一分布だから、このように変換しても分散は同一であり、それらの和はプラスで無限大に発散する。よって$m=0$であり、

$\frac{1}{t}X_t\to 0$であっても、X_tは$t\to\infty$でプラスないしマイナスで無限大に発散する。

よって、公需U_tも、$m=0$であり、

$\frac{1}{t}U_t\to 0$であっても、$t\to\infty$で発散する。民需が横ばいでも、公需は、確率1で発散するのだ。

すぐ次でみるように、x_tが$+1$か-1の値のみをとるランダムウォークの場合は、

$X_t=\sum_{i=1}^{t} x_i$はそもそも収束しない。

無限級数の和が収束するためには、x_tの絶対値がどこまでも小さくなることが必要だからだ。

（ギャンブラーの破滅）

上の議論を別の角度でみると、「ギャンブラーの破滅」（Gamblers' ruin）という命題が得られる（Norris, p.15）。これは元手がなくなったら破綻、という事態がいつ起こるか、を解明するものだ。財政政策にもあてはめるため、ある一定規模まで借金して賭けが出来るとし、それでも破綻する事態はいつ起こるか、分析しよう。民需の増分x_tは、

$$x_t \begin{cases} +1\text{（確率}p\text{）} \\ -1\text{（確率}q=1-p\text{）} \end{cases}$$

の値を不規則にとるとすると、公需の増分u_tは、

$$u_t \begin{cases} +1\text{（確率}q=1-p\text{）} \\ -1\text{（確率}p\text{）} \end{cases}$$

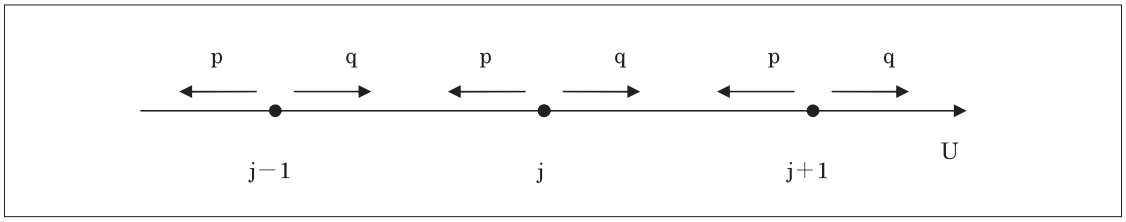
の値を不規則にとる。（単位は、四半期毎に、10兆円規模だ、と思えばよい。）公需の水準は、$t=0$のとき、$U_0=0$から出発し、$U_1=u_1$, $U_2=u_1+u_2$, $U_3=u_1+u_2+u_3$,..... と変動していく。これは、単純ランダムウォークと呼ばれるものだ。国の借金残高の許容限度は、大きいが有限だとし、それを$n>0$とする。ある時点tで、$U_t=n$となることがあれば、その時点で財政は破綻することになる。これを分析するための概念が、初回到達時（first passage time、最小到達時間）であり、

$$\tau_n=\min\{t : U_t=n\}$$

で表わされる。つまり、初めて$U_t=n$となる時間tのことだ。そうなることがないなら、$\tau_n=\infty$、そうなることがあれば、$\tau_n<\infty$だ。これは、停止時（stopping time）の1例である。

U_tは、図2のようなマルコフ連鎖になって

図２　公需の水準のマルコフ連鎖



いる。

時間$t=0$のとき$U_0=j$であり、有限時間内に初めてnに到達する確率は、

$$h_j^n=P(\tau_n<\infty|U_0=j)$$

と書ける。$h_n^n=1$である。求めたいのは、時間$t=0$のとき$U_0=0$から出発して、有限時間内にnに初めて到達する確率h_0^nである。

一般にh_j^nについて、マルコフ性を次々と使って変形していくと、

$$h_j^n=P(\tau_n<\infty|U_0=j)$$

$$=P(\tau_n<\infty|U_0=j,U_1=j-1)\times p$$
$$+P(\tau_n<\infty|U_0=j,U_1=j+1)\times q$$

$$=P(\tau_n<\infty|U_1=j-1)\times p$$
$$+P(\tau_n<\infty|U_1=j+1)\times q$$

$$=P(\tau_n<\infty|U_0=j-1)\times p$$
$$+P(\tau_n<\infty|U_0=j+1)\times q$$

よって、

$$h_j^n=ph_{j-1}^n+qh_{j+1}^n$$

ここで$p+q=1$だから、

$$h_{j-1}^n-h_j^n=\frac{q}{p}(h_j^n-h_{j+1}^n)$$

$$=\cdots\cdots$$

$$=\left(\frac{q}{p}\right)^{n-j}(h_{n-1}^n-h_n^n)$$

これを$j=1$から$j=n$まで辺々たすと、

$$h_0^n=1-A\left(1+\frac{q}{p}+\left(\frac{q}{p}\right)^2+\cdots+\left(\frac{q}{p}\right)^{n-1}\right)$$

ここに、$A=1-h_{n-1}^n$は非負の未知数であるが、h_0^nも非負で１を超えないので、$q\geq p$ならば、つまり、$q>p$または$q=p$ならば、$A=0$, $h_0^n=1$となる他はない。つまり、民需が減少傾向ならば、確率１で、公需は借り入れ残高、つまり国債残高の上限に達し、財政は破綻する。だがここで「ギャンブラーの破滅」と言われるゆえんは、民需が横ばいでも、同じ論理で、確率１で財政は破綻することが導かれたからである。

これと対照的に、$q<p$ならば、h_0^nは、上記を満たす最小値となることが知られている(Norris, p.16-17, 出生死滅過程の解法)ので、

$$A=\frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^i}$$ であり、

$$h_0^n=\frac{\sum_{i=n}^{\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^i}{\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^i}=\left(\frac{q}{p}\right)^n$$ となる。

民需が増加傾向ならば、有限時間内に国債残高が上限に到達する確率は、ゼロではないが、１を下回る。

n がマイナスのときは、財政が黒字で、政府から民間への貸付残高がプラスのときにあてはまる。これを分析するには、図２の座標軸を逆転した場合と同じだから、次のようになる。

つまり、民需が増加傾向あるいは横ばいで、$p \geq q$ ならば、$h_0^n=1$、つまり、政府から民間への貸付残高は、どんなに大きくもなり得る。実際は、こうなる前に、財政は役割を終えているだろう。つまり、「プラス成長が続き、財政再建も終わり、財政は何もせず、民間にまかせておけばよい。」というハッピーな状況だからである。

これに対して、民需が減少傾向で $p<q$ ならば、政府から民間への貸付残高がある値に達する確率は１を下回る。

以上をみると、民需が横ばいのときは、確率１で、国債残高がいくらでも大きくなり得るだけでなく、政府から民間への貸付残高もいくらでも大きくなり得る。これは、民需の増分の平均がゼロのとき、公需 U_t がゼロに収束しないで、プラスかマイナスの無限大に発散することと似たような結果であり、極めて不安定な状況といえる。

４．GDPの変動を公需により、１期遅れて相殺しようとする政策

⑴　一定割合相殺しようとするケース

GDP の増分を y_t 、民需の増分を x_t 、公需の増分を u_t とすると、

$$y_t=x_t+u_t \quad t=1, 2, ...$$

であり、GDP の変動を１期遅れて一定割合 λ $(0<\lambda<1)$ だけ相殺しようとする政策は、$u_1=0$ として、

$$u_t=-\lambda y_{t-1} \quad t=2, 3, ...$$

と書ける。よって、

$$(*) \qquad y_t+\lambda y_{t-1}=x_t$$

である。$\{x_t\}$ $(t=1, 2, ...)$ は、平均 $E(x_t)=0$、分散 $V(x_t)=\sigma^2$ で、無相関 $E(x_t\overline{x_s})=\delta_{ts}\sigma^2$ とする。

これから直ちに、

$$y_t=\sum_{i=0}^{t-1}(-1)^i\lambda^i x_{t-i}$$

が得られる。

（定常確率過程の線形変換）

Gihman-Skorohod（第５章、p.313）に従い、x_t を独立増分列 w_t によるスペクトル表現で表わすと、

$$x_t=\int_{-\pi}^{\pi}e^{it\omega}dw(\omega)$$

独立増分列 w_t は、平均 $E(w_t-w_s)=0$、構造関数

$$\begin{aligned}&D(t_1, t_2, t_3, t_4)\\&=E((w_{t_2}-w_{t_1})\ (w_{t_4}-w_{t_3}))\\&=m((t_1, t_2)\cap(t_3, t_4))\\&=\frac{\sigma^2}{2\pi}l((t_1, t_2)\cap(t_3, t_4))\end{aligned}$$

であり、可積分白色雑音と呼ばれる。ここで、m は構造関数のスペクトル関数、l は直線上のルベーグ測度である。x_t の相関関数は、スペク

トル表現の内積の性質から、

$$E(x_t\overline{x_s}) = E\left[\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\omega}dw(\omega)\int_{-\pi}^{\pi} e^{-is\omega}dw(\omega)\right]$$

$$=\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(t-s)\omega}m(d\omega)=\delta_{ts}\sigma^2$$

となる。

y_t の周波数特性関数を$\varphi(\omega)$として、

$y_t=\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\omega}\varphi(\omega)dw(\omega)$ とおき、式(*)に代入すると、

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\omega}(1+\lambda e^{-i\omega})\varphi(\omega)dw(\omega)$$
$$=\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\omega}dw(\omega)$$

よって、y_t の周波数特性関数は、

$$\varphi(\omega)=\frac{1}{1+\lambda e^{-i\omega}}=\sum_{j=0}^{\infty}(-\lambda e^{-i\omega})^j$$

と求まる。y_t の分散は、

$$E(y_t\overline{y_t})=\int_{-\pi}^{\pi}\left|\varphi(\omega)\right|^2 m(dw)$$

であり、スペクトル密度関数は、

$$\left|\varphi(\omega)\right|^2=\frac{1}{1+2\lambda\cos\omega+\lambda^2}$$

となる。また、y_t の自己相関関数は、$t\geq 0$に対して、

$$E(y_{t+\tau}\overline{y_\tau})$$

$$=\frac{\sigma^2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(t+\tau)\omega}e^{-i\tau\omega}\sum_{j,k=0}^{\infty}(-\lambda e^{-i\omega})^j(-\lambda e^{i\omega})^k dw$$

$$=\sigma^2\frac{(-\lambda)^t}{1-\lambda^2}$$

と求まる。これは、Sargent, p.223にもある。

以上から、$0<\lambda<1$でλが小さいときは、y_t の自己相関は低く、スペクトルも平らであり、白色雑音に近い。しかしλが大きくて1に近いと、y_t の自己相関は高まり、スペクトルの強さは、$0<\omega<\pi$で、ωが大きくなり、高周波となる程、大きくなる。

このように、GDPの変動を、公需により、1期遅れて一定割合相殺しようとする政策は、かえってGDPの変動を高めることになる。

(GDPの変動を1期遅れて、ちょうど相殺しようとすると)

これを極端にしたものが、$\lambda=1$、つまりGDPの変動を1期遅れて、ちょうど相殺しようとするものであり、公需の増分の動きは、

$$u_t=-y_{t-1}$$

となる。これと$y_t=x_t+u_t$から、

$$u_{t+1}+u_t=-x_t \quad t=1, 2, ...$$

が成り立つ。これを、x_t が奇数番目、偶数番目について別々に書くと、

$$u_{2t}+u_{2t-1}=-x_{2t-1}$$
$$u_{2t+1}+u_{2t}=-x_{2t}$$

となる。これらを別々に、$t=1$からtまで総和をとると、

$$U_{2t}=-\sum_{i=1}^{t}x_{2i-1},\quad U_{2t+1}=-\sum_{i=1}^{t}x_{2i}$$

つまり、公需の水準U_tは、偶数番目がx_tの奇数番目の和、奇数番目がx_tの偶数番目の和になる。

このように、公需の水準U_tは、奇数番目、偶数番目それぞれが、独立の確立変数の和であり、コルモゴロフの大数の強法則により、それぞれの平均 $\frac{1}{t}U_t$ が分布平均$-m$に近づき、コルモゴロフの３級数収束定理により、それぞれが発散する。

つまり、GDPの変動を１期遅れてちょうど相殺しようとする政策は、極度に不安定なものになり、GDPも極度に不安定な動きになる。

⑵　一定額相殺しようとする政策---離散時間の場合

民需の増分x_tが確率pで＋１増え、確率$1-p-q$で変化なくゼロであり、確率qで－１減る、独立確率変数列とする。ここで、$t=1, 2, \ldots\ldots$、$p \geq 0,\ q \geq 0,\ p+q \leq 1$である。

$$x_t \begin{cases} +1\,(\text{確率}\,p) \\ 0\,(\text{確率}\,1-p-q) \\ -1\,(\text{確率}\,q) \end{cases}$$

公需の増分u_tは、前期のGDP y_{t-1}が減れば＋１だけ増え、y_{t-1}が横ばいなら変化なくゼロであり、y_{t-1}が増えれば－１だけ減るとする。

$$u_t \begin{cases} +1\,(y_{t-1}\,\text{がマイナスなら}) \\ 0\,(y_{t-1}\,\text{がゼロなら}) \\ -1\,(y_{t-1}\,\text{がプラスなら}) \end{cases}$$

すると、GDPの増分y_tは、＋２，＋１，０，－１，－２のいずれかの値をとる。符号関数

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} +1\,(x>0) \\ 0\,(x=0) \\ -1\,(x<0) \end{cases}$$

を用いると、この政策は、

$$u_t = -\mathrm{sgn}(y_{t-1}) = -\mathrm{sgn}(x_{t-1}+u_{t-1})$$

で表わされる。

（推移確率行列）

そうすると、今期の公需の増分u_tがプラス、ゼロ、マイナスのとき、次期の公需の増分u_{t+1}がプラス、ゼロ、マイナスになる可能性は表１

表１　今期の公需の増分から次期の公需の増分へどう移るか

		次期の公需の増分u_{t+1}		
		プラス	ゼロ	マイナス
今期の公需の増分u_t	プラス	今期の GDP の増分はプラスかゼロよって可能性０	今期の民需の増分がマイナスの場合可能性 q	今期の民需の増分がゼロかプラスの場合可能性$1-q$
	ゼロ	今期の民需の増分がマイナスの場合可能性q	今期の民需の増分がゼロの場合可能性$1-p-q$	今期の民需の増分がプラスの場合可能性p
	マイナス	今期民需増分ゼロかマイナスの場合可能性$1-p$	今期の民需の増分がプラスの場合可能性p	今期の GDP の増分はマイナスかゼロ可能性０

のようになる。

このようにして、公需の増分u_tは、離散時間のマルコフ連鎖として定式化出来る。この表を推移確率行列Pとして表わすと、

$$P=\begin{pmatrix} 0 & q & 1-q \\ q & 1-p-q & p \\ 1-p & p & 0 \end{pmatrix}$$

今期の公需の増分u_tがプラス、ゼロ、マイナスである確率を、横ベクトルで表し、

$$p(t)=(p_+(t) \quad p_0(t) \quad p_-(t))$$

とおくと、次期の公需の増分の分布は、

$$p(t+1)=p(t)P \quad t=1, 2, ...$$

で表される。

(エルゴード定理)

この推移確率行列は、P^2で各要素がプラスだから、各状態間で推移可能であり(既約性)、周期を持たない(非周期性)。さらにこの推移確率行列は、定常分布$\pi=(\pi_+ \quad \pi_0 \quad \pi_-)$を持つ。これは、その分布状態から出発すると、永遠にその分布状態を続けるようなものであり、$\pi P=\pi$を満たす。

計算により、

$$\pi_+=\frac{q(1+p)+p(1-p-q)}{(1+p)(1+q)-(1-p-q)^2}$$

$$\pi_-=\frac{p(1+q)+q(1-p-q)}{(1+p)(1+q)-(1-p-q)^2}$$

となる。π_0は、$\pi_++\pi_0+\pi_-=1$から、定まる。

定常分布を持つ推移確率行列は、確率1で有限時間内にある状態からもとの状態に戻る、再帰的正状態という性質を持つ。

以上の条件のもとで、エルゴード定理が成り立つ(Norris,p.53、宮沢、p.113～119)。

すなわち、公需の水準$U_t=\sum_{i=1}^{t} u_i$の時間平均$\frac{1}{t}U_t$は、確率1で、定常分布のときの分布平均に収束する。

式で書くと、$t\to\infty$のとき、

$$\frac{1}{t}U_t \to \pi_+-\pi_-$$

$$=\frac{(q-p)(q+p)}{(1+p)(1+q)-(1-p-q)^2}$$

よって、

$q>p$で、民需が減少傾向ならば、公需の水準の時間平均はプラスの値に収束し、

$q=p$で、民需が横ばいならば、公需の水準の時間平均はゼロに収束し、

$q<p$で民需が増加傾向ならば、公需の水準の時間平均はマイナスの値に収束する。

これにより、民需が減少傾向ならば、公需の水準は、プラスでどこまでも大きくなり、財政はいずれ破綻する。

民需が増加傾向ならば、公需の水準はマイナスでどこまでも大きくなる。このときは、「民間部門のプラス成長が続き、財政再建も終われば、財政は何もせず、民間にまかせればよい。」というハッピーな状況になる。

民需が横ばいならば、公需の水準はプラスかマイナスに発散するのは、前と同様である。

以上の分析で、民需が＋1か－1の値のみをとる単純ランダムウォークの場合には、推移確率行列は、

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & q & p \\ q & 0 & p \\ q & p & 0 \end{pmatrix}$$

となる。この場合は、$p+q=1$となるので、定常分布の式は、

$$\pi_+ = \frac{q}{1+q},\ \pi_- = \frac{p}{1+p}$$

と簡略化され、エルゴード性は、

$$\frac{1}{t} U_t \rightarrow \frac{q-p}{(1+p)(1+q)}$$

となる。

(3) 一定額相殺しようとする政策…連続時間の場合

上記で、民需が＋1か－1の値のみをとる場合について、連続時間の中でみてみよう。これは、連続時間マルコフ連鎖になる(Norris, p94、宮沢p.131)。

公需の増分 u_t, $t \geq 0$のとり得る状態は、前と同様に、＋1、0、－1であり、当初

$$p(0) = (p_+(0) \quad p_0(0) \quad p_-(0))$$

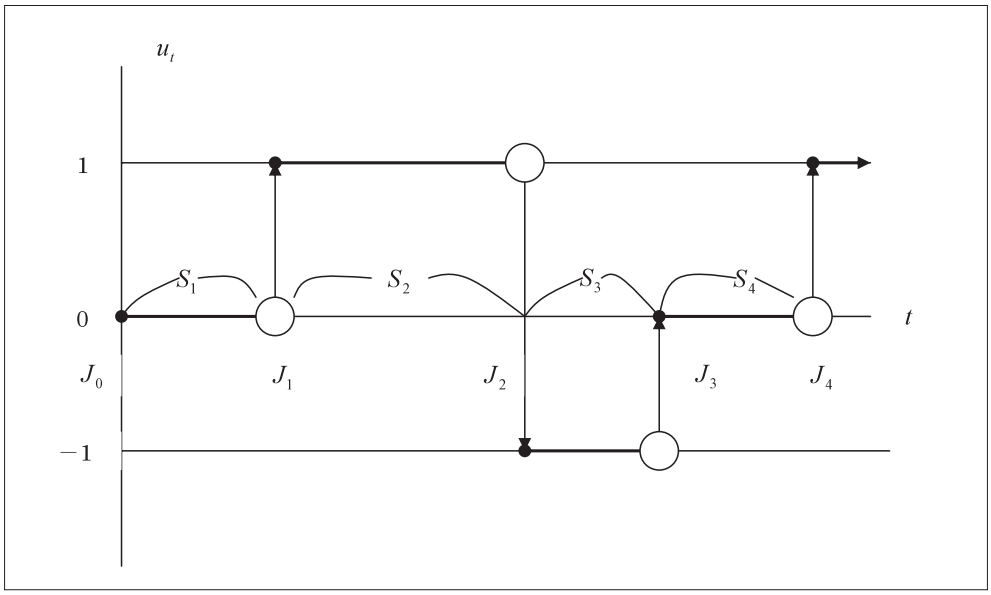
の状態分布から出発し、ジャンプタイム(jump time、これは確率変数) $J_0, J_1, \ldots\ldots$ において、ジャンプ行列P_0により、ある状態から他の状態にジャンプし、滞在タイム(holding time、滞在時間、これも確率変数) $S_1, S_2, \ldots\ldots$ の間、その状態に留まる。時間tにおける状態の分布は

$$p(t) = (p_+(t) \quad p_0(t) \quad p_-(t))$$

である。ジャンプタイムと滞在タイムの関係は、図３のようになる。

図で、公需の増分u_tは、ジャンプタイムに白丸○の状態を出て、黒丸●の状態に移る。これは、u_tが確率過程として右連続である、と考

図３　ジャンプタイム J_i と滞在タイム S_{i+1}



えていることを意味する。

ジャンプタイム J_0, J_1, ... における状態を Y_0, Y_1, ... であらわし、ジャンプ連鎖と呼ぶと、公需の増分 u_t は、$t \geq 0$、$n=0, 1, 2, ...$ に対し、

$$u_t = Y_n \qquad J_n \leq t < J_{n+1}$$

と書ける。ジャンプ連鎖 $\{Y_n\}$, $n \geq 0$ は、離散時間マルコフ連鎖であり、当初分布が $p(0)$、ジャンプ行列が P_0 である。ジャンプするということは、もとの状態に留まらない、ということなので、対角線上の要素は0となるべきである。P_0 の対角線上の要素はすべて0であり、この条件を満たしている。

各 n について、Y_0 ,...., Y_{n-1} がある状態にあるという条件付で、滞在タイム S_1 ,...., S_n は独立な指数確率変数になり、そのパラメータは、$q(Y_0)$,...., $q(Y_{n-1})$ である。ジャンプ行列 P_0 に対応する生成行列 Q は、

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & q & p \\ q & -1 & p \\ q & p & -1 \end{pmatrix}$$

である。

(推移確率行列)

公需の増分 u_t の分布の従う推移確率行列を $P(t)=(p_{ij}(t))$ とし、上の生成行列を $Q=(q_{ij})$ と書く。するとコルモゴロフの前向き方程式

$$\frac{dp_{ij}(t)}{dt} = \sum_{k=1}^{3} p_{ik}(t) q_{kj}$$

が成り立つ。これは。初期条件

$$p_{ij}(0+) = \delta_{ij} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

を満たす。この微分方程式を具体的に書き下し、$\sum_k p_{ik}=1$ を用いて $p_{i2}(t)$ を消去し、簡単化すると、

$$\frac{dp_{i1}(t)}{dt} = -(1+q)p_{i1}(t) + q \qquad i=1, 2, 3$$

$$\frac{dp_{i3}(t)}{dt} = -(1+p)p_{i3}(t) + p \qquad i=1, 2, 3$$

となる。

これを解いて、

$$p_{11}(t) = \frac{1}{1+q}(q + e^{-(1+q)t})$$

$$p_{21}(t) = p_{31}(t) = \frac{q}{1+q}(1 - e^{-(1+q)t})$$

$$p_{13}(t) = p_{23}(t) = \frac{p}{1+p}(1 - e^{-(1+p)t})$$

$$p_{33}(t) = \frac{1}{1+p}(p + e^{-(1+p)t})$$

を得る。

(エルゴード定理)

公需の増分 u_t のとり得る状態の分布は、当初の分布

$$p(0) = (p_+(0) \quad p_0(0) \quad p_-(0))$$

から、時間 t には、

$$p(t) = (p_+(t) \quad p_0(t) \quad p_-(t))$$

に移る。これらを結びつけるのが推移確率行列 $P(t)$ であり、

$$p(t)=p(0)P(t)$$

が成り立つ。定常分布とは、すべての$t \geq 0$について、

$$p(t)=p(0)$$

となるものである。これがどのような場合に起こるかは、$p(t)$をtで微分して、

$$p'(t)=0$$

が常に成り立つ条件を求めればよい(Gihman-Skorohod, p.402)。

具体的に書き下すと、

$$p_+(t)=p_{11}(t)p_+(0)+p_{21}(t)p_0(0)+p_{31}(t)p_-(0)$$
$$p_-(t)=p_{13}(t)p_+(0)+p_{23}(t)p_0(0)+p_{33}(t)p_-(0)$$

これらをtで微分してゼロとおくと、指数部分が各項共通なので払うことが出来て、

$$-p_+(0)+q\cdot p_0(0)+q\cdot p_-(0)=0$$
$$p\cdot p_+(0)+p\cdot p_0(0)-p_-(0)=0$$

よって、

$$p_+(0)=\frac{q}{1+q},\ p_-(0)=\frac{p}{1+p}$$

$p_0(0)$は、$p_+(0)+p_0(0)+p_-(0)=1$から求まる。

この結果は、離散時間のときの定常分布 π_+, π_-と同じである。

離散時間のときと同様に、連続時間マルコフ連鎖においても、エルゴード定理が成り立つ(Norris, p.126)。これによれば、公需の増分u_tの積分和で表される公需の水準

$$U_t=\int_0^t u_s ds$$

の時間平均は、確率1で、定常分布のときの分布平均に収束する。

つまり、$t \to \infty$のとき

$$\frac{1}{t}U_t \to \frac{q}{1+q}-\frac{p}{1+p}=\frac{q-p}{(1+p)(1+q)}$$

よって、$q>p$で、民需が減少傾向にあるときは、公需の水準の時間平均はプラスの値に収束し、公需の水準自体は、プラスでいくらでも大きくなる。

$q=p$で、民需が横ばいのときは、公需の水準の時間平均はゼロに収束するが、公需の水準自体は、プラスないしマイナスで発散する(これは、有限値に収束するためには、u_tはゼロに近づかなければならないが、それは不可能なためである)。

$q<p$で、民需が増加傾向にあるときは、公需の水準の時間平均は、マイナスの値に収束し、公需の水準自体は、マイナスでいくらでも絶対値は大きくなり得る。この場合は、「プラス成長が続き、財政再建も終われば、財政は何もせず、民間にまかせればよい。」というハッピーな状況になる。

5．民需の伸びの変動を相殺する政策

(1) 離散時間の場合

$GDP=$民需$\times\left(1+\dfrac{\text{公需}}{\text{民需}}\right)$ と考え、

$1+\dfrac{\text{公需}}{\text{民需}}=$政策意図 と読むことにする。GDPの水準を$Y_t$、民需の水準を$X_t$、政策意図の水準を$V_t$と書くと、

$$Y_t=X_t\cdot V_t \qquad t=0, 1, 2, ...$$

基準時点$t=0$の水準との比率をとり、さらにその対数をとると、

$$\log(Y_t/Y_0)=\log(X_t/X_0)+\log(V_t/V_0)$$

政策意図は、GDPのマイナス成長を避け、一定に保とうとするものだとすると、

$Y_t=Y_0$

つまり、$\log(Y_t/Y_0)=0 \qquad t=0, 1, 2, ...$

となるように政策意図が動くのだから、

$\log(V_t/V_0)=-\log(X_t/X_0) \qquad t=0, 1, 2, ...$

となる。

（幾何ランダムウォーク）

ここで、民需の水準X_tは、幾何ランダムウォークに従うとする（Shreve,Vol.I, p.119以下）。つまり、$\{W_i\}$, $i=1, 2, ...$を独立な確率変数列とし、W_iは確率pで＋1、確率$q=1-p$で－1の値をとるとする。

$$W_i \begin{cases} +1\text{（確率}p\text{）} \\ -1\text{（確率}q=1-p\text{）} \end{cases}$$

そして、民需の水準X_tは、

$$\log(X_t/X_0)=\sum_{i=1}^{t} W_i$$

と書けるとする。民需の水準は、確率pで増加し、確率qで減少する。すると、

$$\log(V_t/V_0)=-\sum_{i=1}^{t} W_i$$

であり、政策意図V_tも幾何ランダムウォークをとる。政策意図の水準は、確率qで増加し、確率pで減少する。
$M_0=0$とし、

$$M_t=-\sum_{i=1}^{t} W_i \qquad t=1, 2, ...$$

とおくと、$\{M_i\}$, $t=0, 1, 2, ...$はランダムウォークである。これは、マルチンゲールである。
つまり、

$$E(M_t|F_s)=M_s \qquad t>s$$

これは、ランダムウォーク$\{M_i\}$, $t=0, 1, 2, ...$に関しては、時間sまでに得られた情報F_sに基づけば、時間tにおけるM_tの期待値は、時間sにおける値M_sと同じになる、という意味だ。

（民需が横ばいでも、政策意図は増加傾向）

政策意図$\{V_t/V_0\}$, $t=0, 1, 2, ...$について、同様に条件付確率を求めよう。

$V_t/V_0=e^{M_t}$ であり、

$$M_{t+1}=M_t-W_{t+1}$$

において、W_{t+1}は、確率pで＋1、確率$q=1-p$で－1の値をとることを念頭におくと

$$(**) \qquad E(V_{t+1}/V_0|F_t)$$
$$=E(e^{M_t}|F_t)E(e^{-W_{t+1}}|F_t)$$
$$=e^{M_t}(qe^1+pe^{-1})=f(q)\,V_t/V_0$$

となる。ここで、$f(q)=qe+(1-q)e^{-1}$は、$q\geq 0$で増加関数であり、

$$q=\frac{1}{e+1}\text{のとき、}f(q)=1$$

となる。

よって、$1 \geq q > \frac{1}{e+1}$のときは、

$$E(V_{t+1}/V_0 \mid F_t) > V_t/V_0$$

となる。つまり、民需が減少傾向にあったり、横ばい($q=\frac{1}{2}$)だったり、増加の勢いが小さかったりすれば、政策意図は、現在の状況を前提として、将来に向かって増加傾向となる。このような場合、政策意図は、劣マルチンゲールになっている。

これに対して、$q=\frac{1}{e+1}$のときは、政策意図は、将来に向かって横ばいで、マルチンゲールとなり、$q<\frac{1}{e+1}$のときは、民需の増加傾向が強いので、政策意図は、将来に向かって減少傾向になり、優マルチンゲールになる。

上に得られた結果(**)から、一般に、

$$E(V_t/V_0 \mid F_0)=f(q)^t \qquad t=0, 1, 2, ...$$

である。ということは、

$$E(V_t/V_0\, f(q)^{-t} \mid F_0)=1 \qquad t=0, 1, 2, ...$$

であり、$V_t/V_0\, f(q)^{-t} \qquad t=0, 1, 2, ...$

はマルチンゲールになる。

(初回到達時)

上から、$e^{Mt}f(q)^{-t} \quad t=0, 1, 2, ...$ はマルチンゲールになる。これを用いて、$n>0$として、

M_tの初回到達時 $\tau_n=\min\{t : M_t=n\}$

を求める。これはすでに第3節のギャンブラーの破滅のところで求めたが、今度は、マルチンゲールを用いて求める。(Shreve, Vol.I, p.120-139)

任意の$\lambda>0$に対して、

$$f(q, \lambda)=qe^{\lambda}+(1-q)e^{-\lambda}$$

とおくと、上と同様にして、

$$e^{\lambda M_t}f(q, \lambda)^{-t} \qquad t=0, 1, 2, ...$$

はマルチンゲールになる。

初回到達時τ_nは停止時(stopping time)の1例なので、任意抽出定理(optional stopping theorem)が使える。それによれば、停止時で止めた系列

$$e^{\lambda M_{t\wedge\tau_n}}f(q, \lambda)^{-(t\wedge\tau_n)} \qquad t=0, 1, 2, ...$$

もマルチンゲールになるので、期待値は$t=0$のときと同じく1になる。

$$E(e^{\lambda M_{t\wedge\tau_n}}f(q, \lambda)^{-(t\wedge\tau_n)}=1$$

これから、

(***) $$E(1_{\{\tau_n<\infty\}}e^{\lambda n}f(q, \lambda)^{-\tau_n})=1$$

が導かれる。ここで、記号の意味は、

$$a\wedge b=\min(a, b)$$

$$1_A(\omega)=\begin{cases} 1, & \omega\in A \\ 0, & \omega\notin A \end{cases}$$

である。

$f(q, \lambda)$をλで偏微分すると、

$q \geq \frac{1}{e^{2\lambda}+1}$ のとき、$f(q, \lambda)$はλに関して増加関数である。よって、

$1 > q \geq \frac{1}{2}$のときは、上の(***)式で

$\lambda \downarrow 0$として、

$$E(1_{\{\tau_n<\infty\}}) = P(\tau_n < \infty) = 1$$

つまり、民需が減少傾向または横ばいならば、政策意図V_tは、プラスでいくらでも大きく膨らみ、いずれ財政は破綻する。

これと対照的に、$\frac{1}{2} > q > 0$のときは、$f(q, \lambda_0) = 1$となるλ_0があって、$\lambda \geq \lambda_0$で$f(q, \lambda)$は増加関数である。このλ_0は、

$$q = \frac{1-e^{-\lambda_0}}{e^{\lambda_0}-e^{-\lambda_0}} < \frac{1}{2}$$を満たし、

$$e^{\lambda_0} = \frac{p}{q}$$

を満たす。

そこで上の(***)式で、$\lambda \downarrow \lambda_0$として、

$$E(1_{\{\tau_n<\infty\}} e^{\lambda_0 n}) = 1$$

よって、

$$P(\tau_n < \infty) = e^{-\lambda_0 n} = \left[\frac{q}{p}\right]^n$$

ランダムウォークの対称性により、nがマイナスのときでも、座標軸を逆転して、この結果が成り立ち、

$$P(\tau_n < \infty) = e^{-\lambda_0 |n|} = \left[\frac{q}{p}\right]^{|n|}$$

が得られる。これは、第３節で得られた結果と同じである。

民需が増加傾向のときは、政策意図V_tは、プラスでもマイナスでも、どこまでも膨らんでいくことがない可能性がある。このときは、「民間のプラス成長が続き、財政再建も終われば、財政は何もせず、民間にまかせておけばよい。」というハッピーな状況になる。

(2) 連続時間の場合

政策意図V_tは、

$$\log(V_t/V_0) = -\log(X_t/X_0) \qquad t \geq 0$$

で表され、民需X_tの対数は、ドリフトμのあるブラウン運動過程(ウィーナー過程)

$$\mu t + \sigma W_t$$

に従うとする。ここに、W_tは、標準ブラウン運動過程であり、平均0、分散tの正規分布に従い、σW_tは、平均0、分散$\sigma^2 t$の正規分布に従う。よって、

$$\log(X_t/X_0) = \mu t + \sigma W_t \qquad t \geq 0$$

あるいは、

$$X_t = X_0 \exp(\mu t + \sigma W_t) \qquad t \geq 0$$

であり、民需X_tは、幾何ブラウン運動過程に従う。

時間区間$[0, t]$を離散時間に細分し、確率pで＋1、確率$q=1-p$で－1の値をとるランダムウォークは、細分化を無限に細かくした極限において、中心極限定理により、平均μt、分散$\sigma^2 t$の正規分布に収束する(Shreve, Vol.II, p.89、森村・木島、p.30)。ここに、$\mu=p-q$, $\sigma^2=4pq$である。このようにして、連続時間の定式化は、離散時間の場合の自然な拡張となっている。

(政策意図は幾何ブラウン運動)

すると、政策意図V_tの対数は、

$$\log(V_t/V_0)=-\mu t-\sigma W_t \qquad t\geq 0$$

であり、ドリフト$-\mu$のあるブラウン運動過程で、σW_tは、平均0、分散$\sigma^2 t$の正規分布に従う。これを

$$M_t=-\mu t-\sigma W_t$$

とおくと、これは平均$-\mu t$、分散$\sigma^2 t$の正規分布に従うブラウン運動過程である。これから、

$$\log(V_t/V_0)=M_t$$

あるいは、

$$V_t=V_0\exp(M_t)$$

であり、政策意図V_tは、幾何ブラウン運動過程に従う。

一般に、確率過程X_tが、標準ブラウン運動W_tによる伊藤の確率積分により、

$$X_t=\int_0^t \phi(\tau)d\tau+\int_0^t \psi(\tau)dW_t$$

と表されるとき、
$\log(Y_t)=X_t$　すなわち　$Y_t=\exp(X_t)$となるY_tは、次の伊藤の確率微分方程式を満たす(森村・木島、p.129)。すなわち、

$$\frac{dY_t}{Y_t}=\left\{\phi(t)+\frac{1}{2}+\psi^2(t)\right\}dt+\psi(t)dW_t$$

これを我々の政策意図V_tに当てはめると、$\phi(t)=-\mu$、$\psi(t)=-\sigma$の場合だから、

$$\frac{dV_t}{V_t}=(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)dt-\sigma dW_t$$

を満たす。

(民需が横ばいでも、政策意図は増加傾向)

幾何ブラウン運動過程については、λを任意の実数として、

$$\exp\left\{-\lambda\sigma W_t-\frac{1}{2}\lambda^2\sigma^2 t\right\}$$

がマルチンゲールであることが知られている(森村・木島、p.106、Shreve, Vol. II, p.109)。よって、これに等しい

$$\exp\left\{-\lambda M_t-(-\lambda\mu+\frac{1}{2}\lambda^2\sigma^2)t\right\}$$

はマルチンゲールになる。

すると、$\lambda=1$のとき、$t>s$について、

$$E(V_t|F_s)=E(V_0\exp\{M_t\}|F_s)$$

$$=E(V_0\exp\left\{M_t-(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)t\right\}|F_s)$$

$$\times\exp\left\{(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)t\right\}$$

$$=\exp\left\{M_s-(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)s\right\}$$

$$\times\exp\left\{(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)t\right\}$$

$$=V_s\exp\left\{(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)(t-s)\right\}$$

特に$s=0$のときは、V_0所与の条件付で政策意図V_tの平均が次のように求まる。

$$E(V_t|V_0)=V_0\exp\left\{(-\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)t\right\}$$

以上から次のようにいえる。

$\mu<\frac{1}{2}\sigma^2$ならば、政策意図V_tは、現在の条

件のもとで、将来に向かって期待値が増加し、平均が増加する、劣マルチンゲールであり、

$\mu=\frac{1}{2}\sigma^2$ならば、政策意図V_tは、現在の条件のもとで将来に向かって横ばいになるマルチンゲールであり、

$\mu>\frac{1}{2}\sigma^2$ならば、政策意図V_tは、現在の条件のもとで、将来に向かって期待値が減少し、平均が減少する、優マルチンゲールである。

このように、ドリフトμがプラスで、民需が増加傾向であっても、その勢いが弱ければ、分散σ^2であらわされるボラティリティによりかき消され、結局、政策意図はどこまでも膨らみ、財政破綻は必至になる。

民需が横ばいでドリフトμが0ならば、当然、政策意図はどこまでも膨らみ、財政破綻は必至である。

（初回到達時）

さらに、離散時間の場合と同様に、M_tの初回到達時

$$\tau_n=\min\{t\geq 0: M_t=n\}$$

を調べる（Shreve, Vol.II, p.119）。

まず$\mu\leq 0$、$n>0$の場合を考える。$\lambda>0$につき、マルチンゲール

$$\exp\left\{\lambda M_t-(-\lambda\mu+\frac{1}{2}\lambda^2\sigma^2)t\right\}$$

を、停止時τ_nで止めたものもマルチンゲールである（optional stopping theorem）から、

$$E(\exp\left\{\lambda n-(-\lambda\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)\tau_n\right\}1_{\{\tau_n<\infty\}})=1$$

よって、

$$E(\exp\left\{\lambda n-(-\lambda\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)\tau_n\right\}1_{\{\tau_n<\infty\}})=e^{-\lambda n}$$

ここで$\lambda\downarrow 0$として、

$$\mathrm{P}\{\tau_n<\infty\}=1$$

よって、民需が減少傾向、ないし横ばいの場合には、政策意図は、確率1で、どんな大きな値でもとり得るので、財政はいずれ破綻する。

次に、$\mu>0$のときは、

$\lambda>\frac{2\mu}{\sigma^2}$について、$-\lambda\mu+\frac{1}{2}\lambda^2\sigma^2>0$だから、

$\lambda\downarrow\frac{2\mu}{\sigma^2}$として、

$$\mathrm{P}\{\tau_n<\infty\}=e^{-\frac{2\mu}{\sigma^2}n}$$

ブラウン運動の対称性により、これは$n<0$でも成り立つので、

$$\mathrm{P}\{\tau_n<\infty\}=e^{-\frac{2\mu}{\sigma^2}|n|}$$

よって、民需が増加傾向ならば、政策意図は、確率1で、ある規模以上に膨らむことも縮むこともない可能性が、プラスである。

6．財政政策をオプション理論で解釈すると

本稿では、「マイナス成長を避け」、「回復したら財政再建」という財政政策は、自動的に行われるように定式化した。しかし実際は、国民と政府の間に、次のような契約がなされる、と考えられる。

● 「マイナス成長を避ける」という財政政策

とは、政府が国民に対し、「景気が悪くなったら、財政支出を拡大しますよ。」と約束することである。ただし、その負担として、国民は政府に対し、一定の税負担を負うことを約束する。

- 「回復したら財政再建」という財政政策とは、国民が政府に対し、「景気が良くなったら、増税しても止むを得ない。」と約束することである。ただし、その見返りとして、政府は国民に対し、一定のセーフティネットを供給することを約束する。

これまでみてきたように、ケインジアンの財政政策においても、この２つはセットであると考えられる。橋本内閣時の1997年の財政構造改革法では、「回復したら財政再建」という財政政策のみを法制化し、不況になったら財政再建を凍結、という弾力条項がアメリカの場合にはあるのに、日本では法制化しなかった。このため、1997年に不況に突入すると、打つ手が遅れたのである。これに懲りて、2006年の歳出歳入一体改革では、「回復したら財政再建」だが、「不況になったら凍結」という保険をかけることになった。

（財政のプットとコール）

このような、財政政策における国民と政府の間の契約は、オプション理論で解釈することが出来る。株価に当たるのは、GDPである。新たな政権が出来ると、政府は５年後ぐらいを見通して、潜在成長率で成長し、５年後にはGDPはこれ位になる、という基準を提示する。実際のGDPをSで表わし、５年後の基準となるGDPをKで表わすと、Sが株価に当たり、Kがオプションの行使価格に当たる。そして、国民と政府の間の約束は、次のようなオプション契約であると解釈出来る。

- プット・オプション（高く売る権利）

現実のGDPの値Sが、N期後に、基準となるGDPの値Kを下回った場合、プットの所有者は、その権利を行使して、GDPの値として、Sよりも高いKを得ることが出来る。これは、株価Sが行使価格Kを下回ったときに、それより高い価格Kで売ることが出来るのと平行している。

このプットは、政府が書いて、国民が買い、国民はその見返りとして、一定の税負担を負う。この税負担が、プット価格に相当する。

- コール・オプション（安く買う権利）

現実のGDPの値Sが、N期後に、基準となるGDPの値Kを上回った場合、コールの所有者は、その権利を行使して、GDPの値として、Sより低いKにすることが出来る。これは、株価Sが行使価格Kを上回ったときに、それより安い価格Kで買うことが出来るのと平行している。

このコールは、国民が書いて、政府が買い、政府はその見返りとして一定のセーフティネットを供給する。このセーフティネットの供給が、コール価格に相当する。

以上を図示すると、図４(1),(2)のようになる。

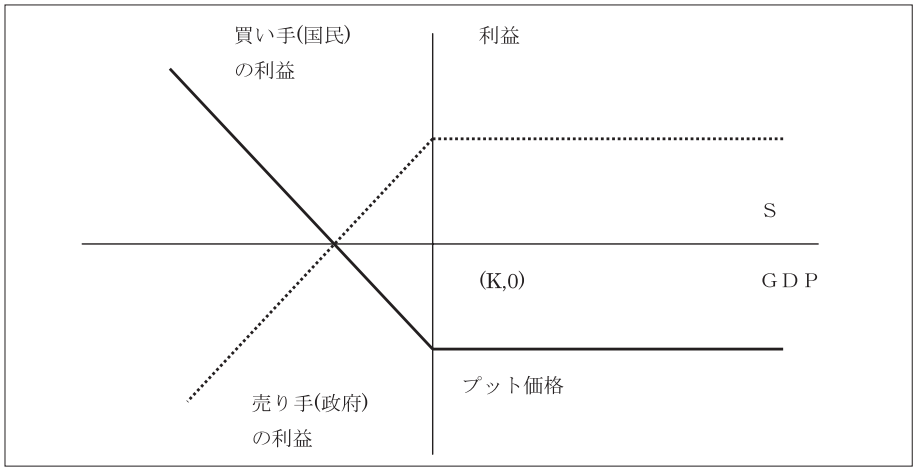
（財政政策のプット・コール・パリティ）

第N期における、コール価格をC_N、プット価格をP_N、現物先物（forward）価格をF_Nとすると、

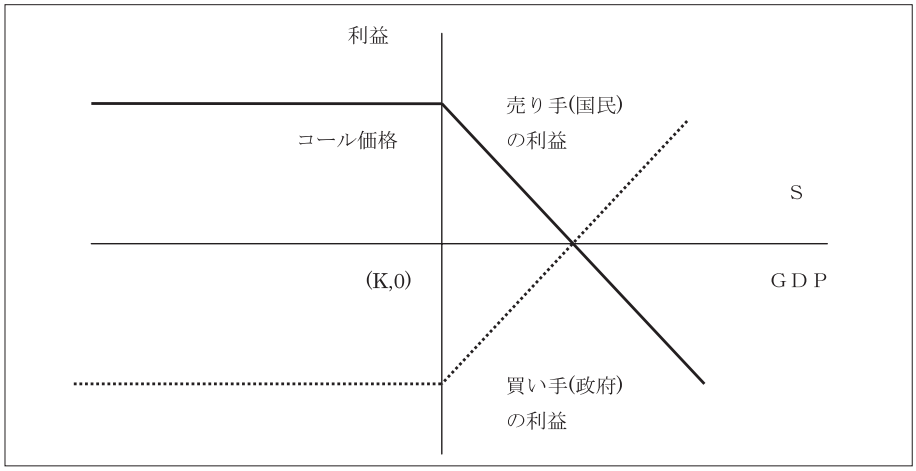
$$x^{+}=\begin{cases} x, x>0 \\ 0, x\leq 0 \end{cases}$$

の記号を用いて、

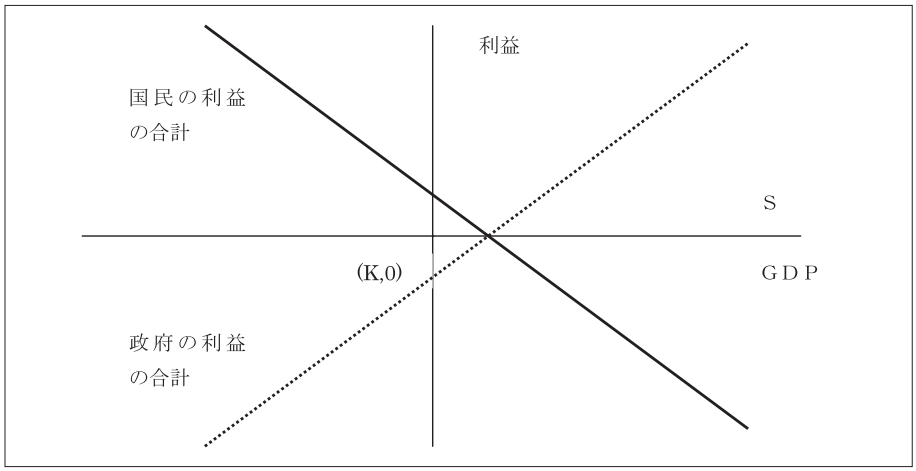
図４　財政政策のプットとコール　　(1) プット・オプション



(2) コール・オプション



(3) 国民の利益の合計、政府の利益の合計



$$C_N=(C_N-K)^+$$
$$P_N=(K-S_N)^+$$
$$F_N=S_N-K$$

ここで、恒等式

$$S_N-K=(S_N-K)^+-(K-S_N)^+$$

が成り立つので、

$$F_N=C_N-P_N$$

これが、プット・コール・パリティである。

金利をrとすると、リスク中立確率のもとで、

$$C_0-P_0=F_0=S_0-\frac{K}{(1-r)^N}$$

となる(Shreve, Vol.I, p.59)。

コールの価格は、プットの価格よりも、現物先物価格の分だけ高い。これと平行的に、財政政策について解釈すると、国民が得るセーフティネットの額(コール価格に相当)は、税負担額(プット価格に相当)よりも、大きいことになる。

そして、国民の得る利益の合計と政府の得る利益の合計を比べると、基準となるGDPの状態において、国民の得る利益の合計の方が、政府の得る利益の合計よりも大きい。これを図4(3)に示す。

国民にとっては、プットを価格P_Nで買い、現実の経済活動で、現物先物を価格F_Nで買い、コールを価格C_Nで売るのだから、

$$P_N+F_N=C_N$$

により、収支はちょうどバランスしている。

(オプションによる解釈の限界)

財政政策を国民と政府のオプション契約と解釈すると、現実のGDPの値Sが、基準となるGDPの値Kを下回ると、国民はプット・オプションを行使して、GDPの値をSからKに上昇させることが出来ると前提されている。しかし本稿で詳しくみた通り、民間企業の自力回復がなければ、財政はいずれ破綻する。財政政策をここでのように、オプション理論で解釈すること自体、限界があることは、すでにこれまでで示されていたことになる。

おわりに

日本は1990年代に、不況時には「マイナス成長を避ける」拡張的財政政策を行い、「回復したら財政再建」で緊縮的財政政策を行う、というケインジアン政策を忠実に実行した。しかし、その効果はなく、経済が新たな成長に移ったのは、アメリカ、中国の高成長の刺激を受けて、民間部門の自力回復があったからだった。結果として、巨額の国債残高は、いまなお積み上がる一方だ。

この日本の90年代の財政政策の経験を説明するため、本稿では、民間部門の活動が確率的に変動すると考え、財政政策は、この民間部門の活動の変動を、何らかのスキームで相殺しようとするもの、と定式化した。単純ランダムウォーク、定常確率過程の線形変換、離散時間・連続時間マルコフ連鎖、幾何ランダムウォーク、幾何ブラウン運動過程と、確率論の広範な理論を適用して分析してみると、得られる結論は明確だった。

すなわち、民間部門の活動が減少傾向であれば、財政支出の合計は増大傾向となり、国債残高はいくらでも大きくなり、いずれ財政は破綻する。

これは常識どおりだが、確率論には「ギャン

ブラーの破滅」という命題があり、民間部門の活動が横ばいで、財政政策が拡張的と緊縮的で半々の確率でとられても、財政支出の合計は増大傾向となり、やはり財政は破綻に瀕する。さらに、幾何ブラウン運動の理論をあてはめると、民間部門の活動が増加傾向にあっても、それが弱いものであれば、ボラティリティにかき消されて、やはり財政は破綻に向かうことになる。

このように、確率論のどの理論を適用しても、民間部門の自力回復がないままに財政支出に依存すれば、いずれ財政は破綻することがはっきり示される。まさに、「企業努力なき景気対策では財政破綻」なのだ。

これと対照的に、民間部門の活動が増大傾向にあると、「民間部門のプラス成長が続き、財政再建も終われば、財政は何もせず、民間にまかせておけばよい。」というハッピーな状況が起こり得る。この時経済の成長は、民間部門の成長そのものによって生み出される。

ここで考えている民間部門の成長とは、確率的な現象であり、既存の企業で利益の出るものは生き残り、損失を続けるものは消滅していくが、さらに新しい技術、新しい製品、新しい企業が生み出され、民間部門全体としての活動を増大させていくことが想定されている。

民間部門の活動を確率的な現象としてとらえ、その集計的な動学を分析する試みは、Aoki, Modeling Aggregate Behavior and Fluctuations in Economics がある。そこでは、民間企業の活動の動学は、連続時間マルコフ連鎖で表わされている。そして、生産性の高い部門においては、需要制約により、生産要素が不完全雇用されているとし、拡張的需要政策の必要が示唆されている(p.111)。しかし本稿の分析によれば、絶えず拡張的財政政策が必要な経済では、いずれ財政は破綻する。民間需要が生産性の高い部門に向かうような、内在的なメカニズムが必要と思われる。

本稿では、確率論のポテンシャル理論などを用いてコスト最小化を図るような、最適政策を分析することはやっていない。また、株価のオプション理論で使われる幾何ブラウン運動過程を適用したが、それはあくまで確率的現象の記述のためであり、リスク中立確率のようにオプション理論特有の概念は使っていない。しかし、本稿の分析により、財政はなぜ破綻に向かうのか、という財政政策の謎について、確率論の知見から、かなりの光を当てられたと考える。

参考文献

伊藤清　『確率論』岩波書店、1952.

宮沢政清　『確率と確率過程』近代科学社、1993.

森村英典、木島正明　『ファイナンスのための確率過程』日科技連、1991.

Aoki, Masanao, Modeling Aggregate Behavior and Fluctuations in Economics, Cambridge Univ. Press, 2002.

Blanchard, Olivier Jean, Stanley Fischer, Lectures in Macroeconomics, MIT Press, 1989.

Gihman, I. I., A.V. Skorohod, Introduction to the Theory of Random Processes, Nauka, 1965.(in Russian)

(Гихман, И. И., А. В. Скороход, Введение в Теорию Случайных Процессов, Наука, 1965.)

Norris, J. R., Markov Chains, Cambridge Univ. Press, 1997.

Sargent, Thomas J., Macroeconomic Theory, Academic Press, 1979.

Shreve, Steven E., Stochastic Calculus for Finance, Vol. I, II, Springer, 2004.

付表１　1980年代後半以降の景気対策

	86.9.19	87.5.20	92.8.28	93.4.13	93.9.16	94.2.8	95.4.14	95.9.20	98.4.24	98.11.16	99.11.10	00.10.19	02.02.27 02.10.30
内閣	中曽根	中曽根	宮沢	宮沢	細川	細川	村山	村山	橋本	小渕	小渕	森	小泉
蔵相	宮沢	宮沢	羽田	林義郎	藤井	藤井	武村	武村	松永	宮沢	宮沢	宮沢	塩川
事業規模 (兆円)	3.6	6	10.7	13.2	6	15.2	4.6	14.2	16.7	23.9	18.0	11	デフレ 対策
うち公共 投資等		5	8.6	10.6	5.1	7.2		12.8	7.7	5.7 ＋21 世 紀型 1.8	6.8	4.7 うち IT 0.8	主眼は株 価安定と 不良債権 処理策
公的資本 形成ベース			5.9	6.1	1.9	3.9		6.8					
うち減税		1 兆円 超減税 先行				5.9 兆円 (所得減 税等)			4.6	6 兆円超			
補正予算追加額 (兆円)	1.4	2.2	2.5	2.2	0.7	2.2	2.7	4.7		5.7	6.8 うち公共 事業 3.5	3.9 うち公共 事業 2.5	

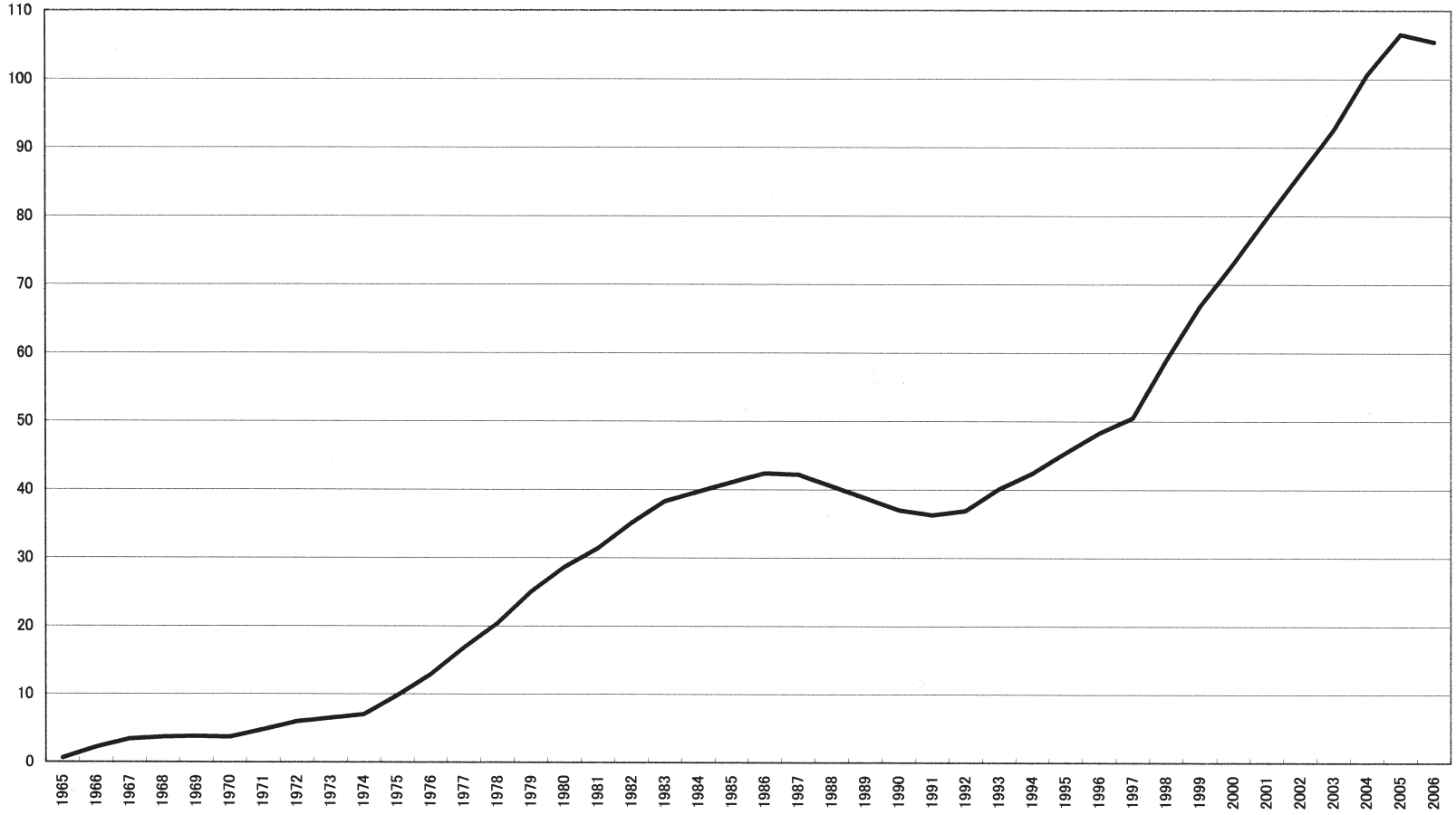
付表２　1980年代初以降の政権と経済政策

年	首相・蔵相・日銀総裁等	財政政策・構造政策	金融政策・不良債権処理策	経済状況等
1982	中曽根首相・竹下蔵相(11. 27) 前川総裁(1979.12.17)	財政再建路線 公債残高 96 兆円 民営化・民活	公定歩合下げ局面 9%(1980.3.19) から 5.5%(1981.12.11)へ	第 2 次石油危機後の不況(1980.2-1983.2) レーガン政権第 1 期・リーガン財務長官(1981.1)
1983			5.0%(10.22)	レーガン大減税、ドル高景気回復
1984	澄田総裁(12.17)			アメリカ双子の赤字 株価 1 万円(年初)
1985				レーガン政権第 2 期(1.20) ベーカー財務長官(2.4) 円高不況(85.6-86.11) プラザ合意、ドル高修正(9.22)
1986	宮沢蔵相(7.22)	経済対策(9.19) 3.6 兆円 マミズなしと内外批判	4.5%(1.30) 協調利下げ 2 回 3.5%へ(3.10,4.21) 3.0%(11.1)	黒字減らし東京サミット(5.4-6) 日米蔵相会談(10.30)
1987	竹下首相(11.6)	経済対策(5.20) 6 兆円 減税先行 1 兆円 公債残高 152 兆円	2.5%（2.23） この2回の下げは日米蔵相会談と G7 を控えた蔵相の要請。	ルーブル合意(2.22) ブラックマンデー（10.19）
1988	宮沢蔵相辞任。村山蔵相(12.27)		アメリカ、ドイツ景気過熱で引締め 日本は 2.5%で据え置き	バブル全盛(88 年-90 年) 消費・投資・財テクブーム 株価 3 万円(年末) リクルート疑惑 ブレィディ財務長官(9.15)
1989	竹下退陣表明(4.25) 宇野(6.3) 海部首相・橋本蔵相(8.10) 三重野総裁(12.17)	消費税導入(4.1)	公定歩合上げ局面 3.25%(5.31) 3.75%(10.11) 4.25%(12.25) は橋本首相の反対で1週間遅れ	ブッシュ父政権(1.20) 円安 株価ピーク 38915 円(12.29) 土地基本法(12.22)
1990			5.25%（3.20） 6.0%(8.30) 平成の鬼平 土地関連融資の総量規制(4.1)住専尻抜け	イラク、クウェート侵略(8.2) 地価ピーク 金融証券犯罪多発 アメリカ景気後退(90. 7-91. 3)
1991	宮沢首相・羽田蔵相(11.5)		公定歩合下げ局面 5.5%(7.1) 5.0%(11.14) 4.5%(12.30)	バブル崩壊不況(91.2-93.10) 月例報告減速確認(9.24)

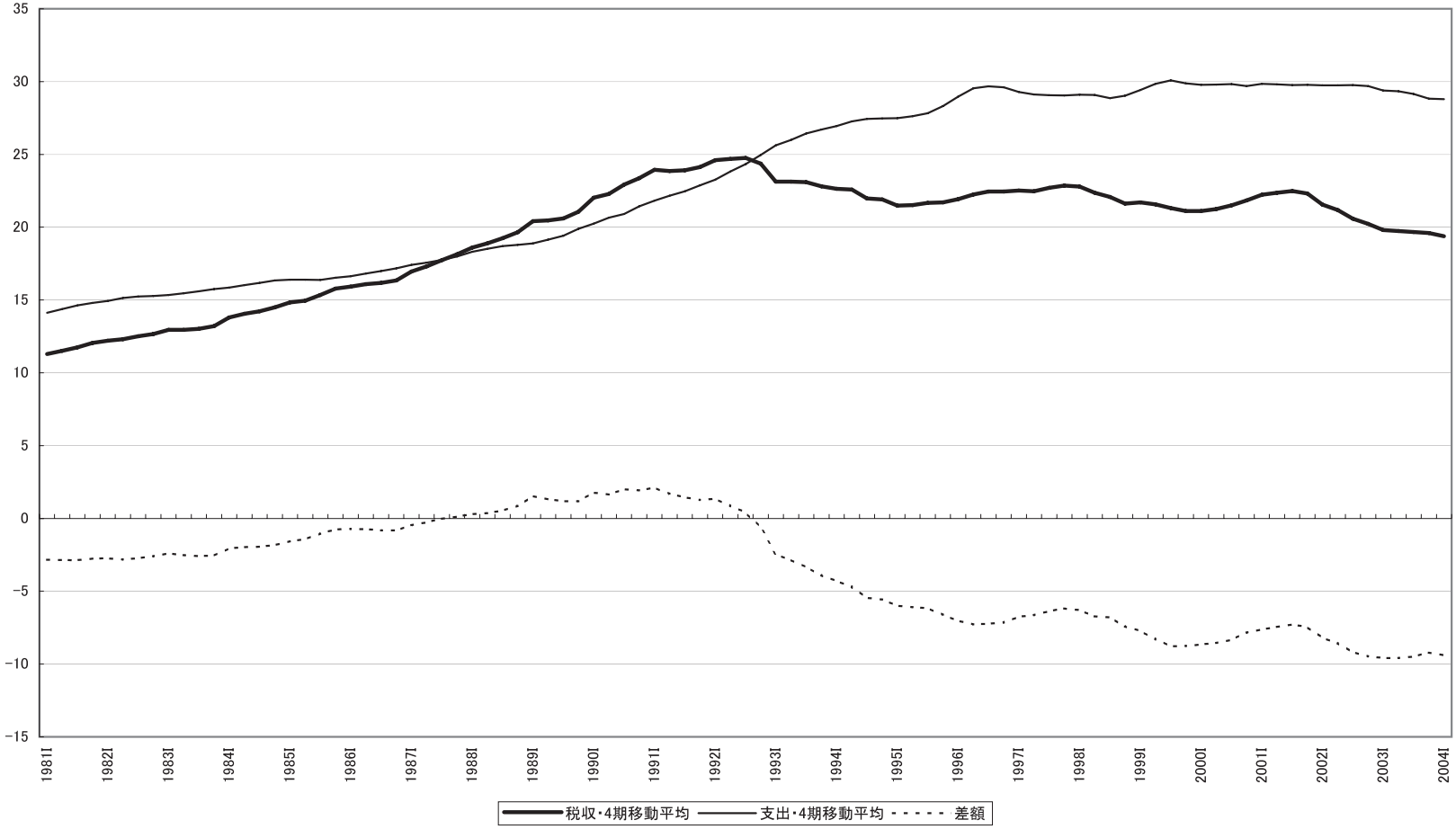
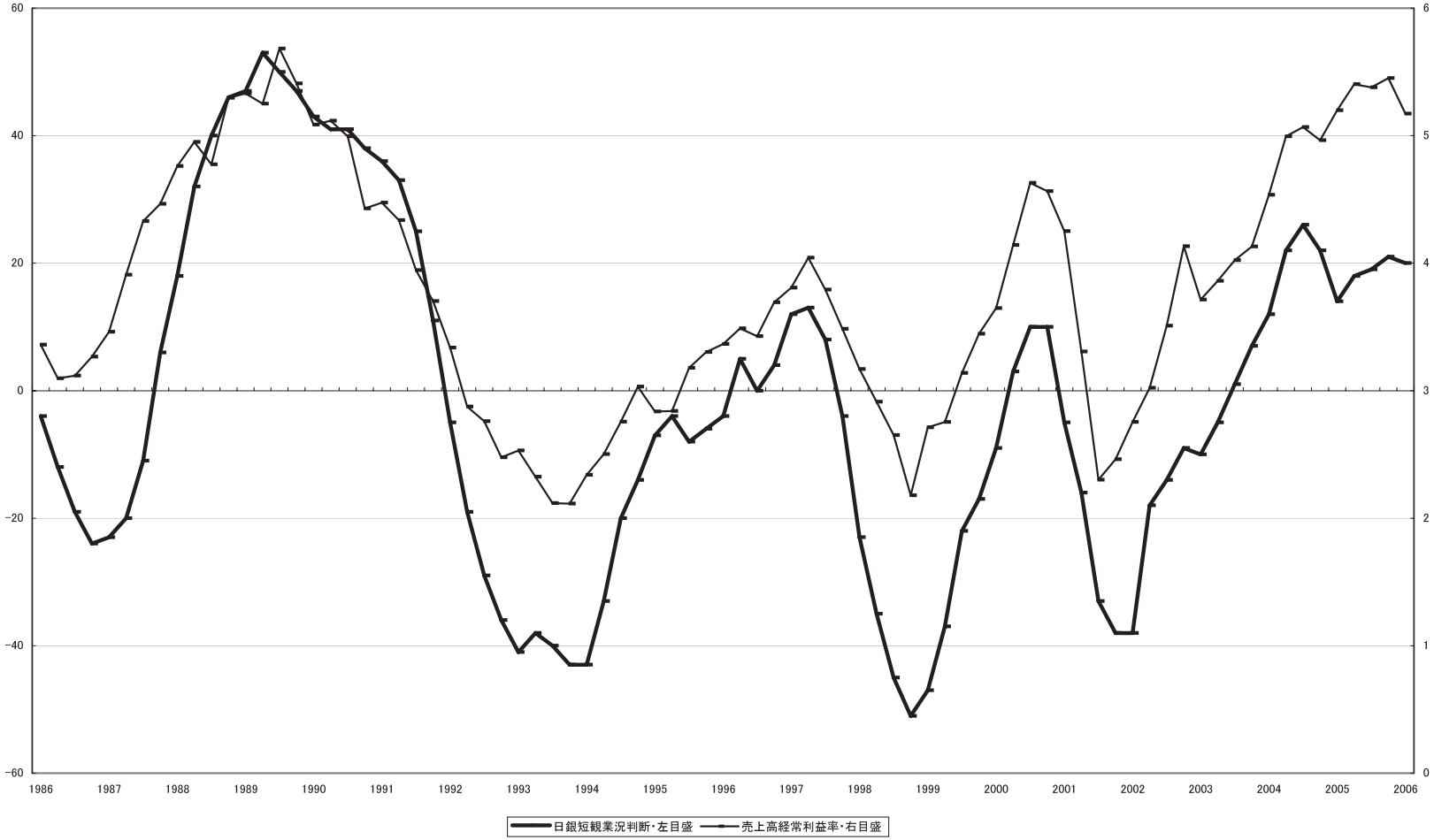
1992	林蔵相(12.12)	金丸副総裁父ブッシュに 8 兆円規模対策表明(6.4) 経済対策 10.7 兆円(8.28)	金丸副総裁「日銀総裁のクビ」発言(2.27) 3.75%(4.1) 3.25%(7.27) 銀行局「金融行政の運営方針」(8.18)	月例報告不況確認(2.25) 株価バブル崩壊後最安値 14309 円(8.18)
1993	総選挙(7.18) 55 年体制崩壊、非自民政権、 細川首相・藤井蔵相(8.9)	経済対策 13.2 兆円(4.13) 6 兆円(9.16)	2.5%(2.4) 1.75%(9.21)	クリントン政権第 1 期・ベンツェン財務長官(1.20) 宮沢内閣不信任(6.18) 自民分裂・日本新党・さきがけ・新生党 東京サミット(7.9)
1994	羽田(4.28)次いで村山首相・武村蔵相(6.30) 松下総裁(12.17)	経済対策 15.2 兆円(2.8)		景気回復局面(93.10-97.05) ただし実質 GDP は、91-94 年ほぼゼロ成長、95-96 年プラス成長 信組(東京協和、安全)破綻(12.9)
1995		対外経済対策 4.6 兆円(4.14) 経済対策 14.2 兆円(9.20)	東京共同銀行(1.13) 1.0%(4.14) 0.5%(9.8)	ルービン財務長官(1.11) サマーズ副長官(8.11) 不良債権残高 38 兆円(95 年 9 月期) 地銀(兵庫)破綻(8.30) 信組(コスモ、木津)破綻(7.31、8.30) 住専 7 社破綻決定(12.19)
1996	橋本首相・久保蔵相(1.11)		住専処理機構(公的資金 6850 億円)(7.26) 整理回収銀行(9.2)	第 2 地銀(太平洋)破綻(3.29)
1997	三塚蔵相(11.7)	消費税率引き上げ(4.1) 財政構造改革法(12.5)	超低金利続く	景気後退局面(97.05-99.01) 銀行・証券総会屋利益供与事件 三洋、山一証券、拓銀破綻(11 月)
1998	松永蔵相(1.30) 速水日銀総裁(3.20) 金融監督庁発足(6.22) 小渕首相・宮沢蔵相(7.30) 金融再生委員会発足・柳澤委員長(12.15)	経済対策 16.7 兆円、うち減税 4.6 兆円(4.24) 経済対策 23.9 兆円、うち減税 6 兆円(11.16)	改正日銀法(4.1) 金融再生法・公的資金 60 兆円投入(10.16) 翌年 70 兆円に拡大	大蔵、日銀幹部腐敗、蔵相、大蔵次官、日銀総裁、副総裁辞任 自己査定による分類債権 88 兆円 長銀、日債銀破綻(10、12 月) 株価 12879 円、バブル崩壊後最安値更新(10. 9) 97-98 年ＧＤＰマイナス成長
1999	越智金融再生委員長(10.5)	経済対策 18 兆円(11.10) 公債依存度 43%、公債残高 332 兆円	短期資金市場ゼロ金利誘導(2.12) ペイオフ凍結 1 年延長して 02 年 3 月末まで(12.29)	景気後退局面(99.01-00.11) ただし GDP は過去の落ち込みを回復する程度 サマーズ財務長官(7.2)

2000	谷垣金融再生委員長(2.25) 森首相(4.5) 金融庁 (7.1) 相沢金融再生委員長(7.30)	経済対策 11 兆円(10.19) 国・地方の長期債務残高 645 兆円	越智委員長、手心発言で辞任(2.25) そごう倒産(6 月) 日銀ゼロ金利解除(8.11)	沖縄サミット(7.23) 景気後退局面(00.11-02.01)
2001	中央省庁再編(1.6) 小泉首相・塩川財政相・柳澤金融相・竹中経財相(4.26)	骨太の方針(6.26) 首相、道路公団民営化を国交相に指示(8.10)	ブッシュ、森首相(3.19)次いで小泉首相(6.30)に不良債権処理を要請 基準利率(公定歩合)2、3、9 月下げて 0.1%に。 ゼロ金利復活(3.19) 量的緩和で当座預金残高目標引上げ	ブッシュ政権第 1 期・オニール財務長官(1.20) 政府、デフレ宣言(3.16) アメリカ、9.11 同時多発テロ
2002	竹中金融相(9.30)	道路公団民営化推進委員会発足(6.17) 最終報告(12.6) 道路公団民営化で政府・与党合意(12.12)	政府、デフレ対策(2.27、10.30) 中身は不良債権処理策 ブッシュ不良債権処理要請(2.18) 首相、ブッシュに処理加速を約束、柳澤大臣更迭(9.30) 不良債権処理加速策(10.30)	景気回復局面(02.01-) デフレ・スパイラル懸念 インフレ目標論高まる
2003	福井日銀総裁(3.20) 谷垣財務相(9.22)	日本郵政公社発足(4.1)	りそな銀行準国有化(5.17) 足利銀行破綻(11.29)	スノー財務長官(2.3) 株価最安値 7607 円(4.28)以後回復
2004	竹中郵政民営化相(9.27)	三位一体改革、知事会案(5.25) 政府・与党合意(11.26) 郵政民営化の基本方針(9.10)	日銀、当座預金残高の目標値 30-35 兆円に(1.20) UFJ 銀行、検査忌避で行政処分(6.18) 刑事告発(9.11)	景気は踊り場 (第1四半期から第4四半期まで、GDP ゼロ成長)
2005	竹中総務相・与謝野金融・経財相(10.31)	郵政解散(8.8)総選挙(9.10)郵政民営化法(10.21) 三位一体改革、政府与党合意(11.30)	ペイオフ解禁(4.1) UFJ、三菱東京グループに合併認可(9.27)	新たな成長(GDP はっきりとしたプラス成長) 地価、下げ止まり傾向 銀行、企業は高利益 ブッシュ政権第 2 期(1.20)
2006		国地方の長期債務残高 775 兆円	日銀、量的緩和解除(3.9) 日銀、ゼロ金利解除の方向(7.14) コールレート 0.25%目標	デフレ脱却近い ポールソン財務長官(7.10) 首相、靖国参拝(8.15)

付図１　公債残高対名目GDP比、年度、％



付図２　中央政府・地方政府の税収と消費・投資、その差額、四半期・４期移動平均、兆円



付図３　日銀短観業状判断と売上高経常利益率・製造業